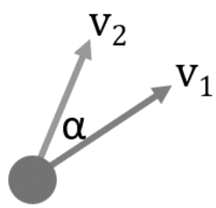
Soal dan Solusi IRC Fisika
Paket Soal untuk Indonesia Bagian Barat
Tingkat Kabupaten

1. Perhatikan gambar berikut.



Sebuah benda ditarik oleh Adam dan Budi dengan tali. Adam bergerak dengan kecepatan v_1 , dan Budi bergerak dengan kecepatan v_2. Kedua tali membentuk sudut α. Benda akan bergerak dengan kelajuan …

A. $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}$
B. $v = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}$
C. $v = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos\alpha}$
D. $v = \frac{1}{\tan\alpha}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2}$
E. $v = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2}$

Jawaban: B
Solusi:

$$v_2 = v\cos\alpha_1$$

$$v_1 = v\cos(\alpha - \alpha_1)$$

$$v_1 = v(\cos\alpha\cos\alpha_1 + \sin\alpha\sin\alpha_1)$$

$$v_1 = v\cos\alpha\frac{v_2}{v} + v\sin\alpha\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{v}\right)^2}$$

$$v_1 = v_2\cos\alpha + \sin\alpha\sqrt{v^2 - v_2^2}$$

$$v^2 = \left(\frac{v_1 - v_2\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 + v_2^2$$

$$v = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}$$

2. Perhatikan gambar berikut.

Cecep memiliki pancuran air di rumahnya. Pancuran tersebut terletak di tanah persis di depan tembok. Pancuran Cecep memancarkan air dengan kelajuan 10 m/s dan dapat berubah-ubah sudut pancuran pada bidang tembok. Berapa luas bidang tembok yang basah terkena pancuran air? (dalam m²)

A. $\frac{50}{3}$
B. $\frac{100}{3}$
C. $\frac{200}{3}$
D. $\frac{400}{3}$
E. $\frac{500}{3}$

Jawaban: C
Solusi:

$x = V_0 \cos\theta \, \mathrm{t}$

$y = V_0 \sin\theta \, \mathrm{t} - \frac{1}{2} g t^2$

$y = \frac{V_0 \sin\theta \, \mathrm{x}}{V_0 \cos\theta} - \frac{g}{2} \frac{x^2}{V_0 \cos^2 \theta}$

$y = x \tan\theta - \frac{g x^2}{2V_0^2} (\tan^2 \theta + 1)$

$0 = \frac{g x^2}{2V_0^2} \tan^2 \theta - \mathrm{x}\tan\theta + \mathrm{y} + \frac{g x^2}{2V_0^2}$

$y = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{g x^2}{2V_0^2}$

Luas didapatkan dengan mengintegralkan fungsi y terhadap dx sehingga didapatkan dengan batas $x = 0$ hingga $x = V_0^2/g$.

$\text{Area} = \frac{V_0^2}{2g} x - \frac{g}{2V_0^2} \frac{x^3}{3}$

$\text{Luas yang terkena air} = 2 \times \left(\frac{V_0^2}{2g} \cdot \frac{V_0^2}{g} - \frac{g}{6V_0^2} \cdot \frac{V_0^6}{g^3} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{V_0^4}{g^2}$

Luas yang terkena air = $\frac{2}{3} \frac{10^4}{10^2} = \frac{200}{3}$

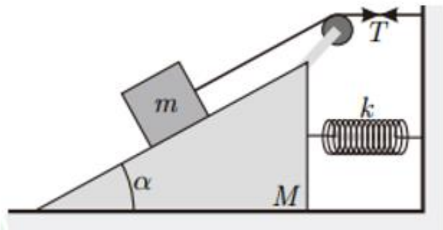
3. Sebuah bola konduktor berjari-jari R diberi muatan Q. Berapakah kapasitansi bola tersebut? $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

   A. kR
   B. $\frac{R}{k}$
   C. $\frac{k}{R}$
   D. kR^2
   E. $\frac{k}{R^2}$

   Jawaban: B
   Solusi:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{kQ}{R}} = \frac{R}{k}$$

4. Perhatikan gambar berikut.



   Abaikan gesekan pada sistem, massa tali dan massa pegas. Berapakah periode osilasi sistem?

   A. $2\pi\sqrt{\frac{M+2m}{k}}$
   B. $2\pi\sqrt{\frac{M+2m\cos\alpha}{k}}$
   C. $2\pi\sqrt{\frac{M+2m(1-\cos\alpha)}{k}}$
   D. $2\pi\sqrt{\frac{M+2m(1-\sin\alpha)}{k}}$
   E. $2\pi\sqrt{\frac{(M+2m)\sin\alpha}{k}}$

   Jawaban: C
   Solusi:

$$T(1 - \cos\alpha) + N\sin\alpha - kx = MA$$

$$mg\sin\alpha + mA\cos\alpha - T = mA$$

$$mg\cos\alpha = N + mA\sin\alpha$$

$$(mg\ sin\ \alpha + mA\ cos\ \alpha - mA)\ (1 - cos\ \alpha) + (mg\ cos\ \alpha - mA\ sin\ \alpha)\ sin\ \alpha - kx = MA$$

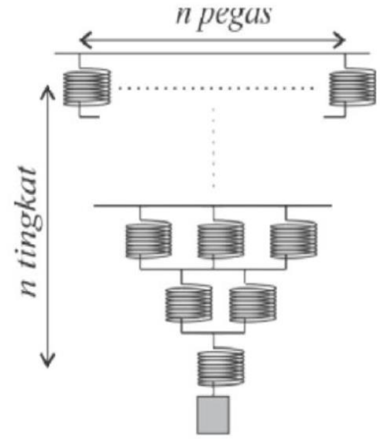
$$A(m\ cos\ \alpha - m\cos^2\alpha - m + m\cos\alpha) - mA\sin^2\alpha - kx = MA$$

$$0 = kx + A\left(M + 2m(1-\cos\alpha)\right)$$

$$m_{eff} = M + 2m(1-\cos\alpha)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_{eff}}{k}}$$

5. Perhatikan gambar berikut



Seluruh pegas identik, masing-masing memiliki konstanta elastisitas k dan massa balok m. Berapakah n jika periode osilasi sistem $2\pi\sqrt{\frac{7381m}{2520k}}$?

A. 7
B. 8
C. 9
D. 10
E. 11

Jawaban: D
Solusi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{eff}}}$$

$$k_{eff} = (10^{-1} + 9^{-1} + 8^{-1} + 7^{-1} + 6^{-1} + 5^{-1} + 4^{-1} + 3^{-1} + 2^{-1} + 1^{-1})^{-1} = \frac{2520}{7381}k$$

Maka $n = 10$

6. Muatan Q tersebar merata dalam bola pejal berjari-jari R. Energi potensial listrik sistem adalah $X\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$. Berapakah X?

A. $\frac{7}{20}$
B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{3}{20}$
D. $\frac{3}{10}$
E. $\frac{2}{5}$

Jawaban: C
Solusi:
Energi Potensial listriknya adalah

$\int \frac{kqdq}{r}$ dengan $q = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$ dan $dq = \rho 4\pi r^2\, dr$

Maka diperoleh energi potensial $Ep = \frac{3Q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$

Sehingga $X = \frac{3}{20}$

7. Sebuah *disc* berjari-jari R memiliki muatan per satuan luas seragam σ. Pada jarak z tegak lurus *disc* dari pusat *disc*, medan listrik bernilai $X\frac{\sigma}{\varepsilon_0}(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}})$. Berapakah X?

A. $\frac{1}{2\pi}$
B. $\frac{\pi}{2}$
C. 2π
D. 2
E. $\frac{1}{2}$

Jawaban: E
Solusi:

Medan listrik pada jarak z dari pusat disc adalah

$$E = 2\pi k\sigma\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

8. Medan listrik dipol **p** adalah $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\pi\varepsilon_0 r^3}}[\mathbf{3}(\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{p}}]$ secara vektor. Jika potensial listriknya adalah $\frac{X}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, berapakah X?

A. $p\cos\theta$
B. $p\tan\theta$
C. $2p$
D. $3p\sin\theta$
E. $\frac{5}{2}p$

Jawaban: A
Solusi:

Karena medan listriknya $E = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\pi\varepsilon_0 r^3}}[\mathbf{3}(\vec{\boldsymbol{p}}\cdot\hat{\boldsymbol{r}})\hat{\boldsymbol{r}} - \vec{\boldsymbol{p}}]$ **maka** berdasarkan hubungan antara medan lsitrik dan potensial listrik, maka potensial listriknya adalah $V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, sehingga $X = p\cos\theta$

9. Sebuah mobil balap memiliki mesin yang dapat menghasilkan daya konstan. Mobil mulai bergerak dari keadaan diam. Pernyataan yang benar mengenai hubungan kecepatan (v) dan jarak (s) tempuh mobil terhadap waktu (t) adalah….

A. $v = konstan$ dan s sebanding t
B. $v \propto t$ dan s sebanding t^2
C. $v^2 \propto t$ dan s sebanding t^2
D. $v^2 \propto t$ dan s^2 sebanding t^3
E. $v^4 \propto t$ dan s^4 sebanding t^5

Jawaban: D

Solusi:
Kita dapat menganalisis soal ini dengan menggunakan hubungan usaha dan energi. Usaha yang dilakukan oleh mesin akan meningkatkan energi kinetik yang dimiliki mobil, sehingga kita mendapatkan persamaan $W = Pt = \frac{1}{2}mv^2$.

Kemudian, karena P konstan, maka dari persamaan di atas didapatkan hubungan $v^2 \propto t$. Dengan menggunakan $v = \frac{ds}{dt}$, didapatkan $s^2 \propto t^3$.

10. Terdapat sebanyak N partikel identik yang bergerak melingkar pada suatu bidang datar dengan kecepatan sudut tertentu. Sebanyak N tali dengan panjang sama digunakan, masing-masing untuk menghubungkan poros dengan partikel ke-1, partikel ke-1 dengan partikel ke-2, partikel ke-2 dengan partikel ke-3, sampai partikel ke-N. Jika besar tegangan tali yang menghubungkan poros dan partikel ke-1 adalah T, maka besar tegangan tali yang menghubungkan partikel ke-k dan ke-$(k+1)$ adalah….
A. $\left[1 - \frac{k^2}{N^2}\right]T$
B. $\left[1 - \frac{k(k+1)}{N^2}\right]T$
C. $\left[1 - \frac{(k+1)(k+2)}{N^2}\right]T$
D. $\left[1 - \frac{k(k+1)}{N(N+1)}\right]T$
E. $\left[1 - \frac{(k+1)(k+2)}{N(N+1)}\right]T$

Jawaban: D
Solusi:

Kunci untuk menyelesaikan soal ini adalah meninjau beberapa partikel dalam satu sistem. Persamaan gaya untuk semua partikel dalam satu sistem adalah sebagai berikut.

$$T = \sum_{j=1}^{N} m\omega^2 r_j$$

Persamaan gaya untuk sistem partikel ke-$(k+1)$ sampai partikel ke-N adalah sebagai berikut.

$$T_{k,k+1} = \sum_{j=k+1}^{N} m\omega^2 r_j$$

Semua tali memiliki panjang yang sama, sehingga jika panjang tali L, maka $r_j = jL$ dan kedua persamaan di atas dapat ditulis ulang seperti berikut ini.

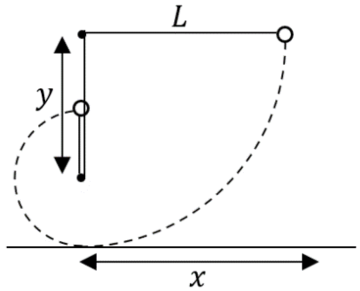
$$T = \sum_{j=1}^{N} m\omega^2 jL = \frac{1}{2}N(N+1)m\omega^2 L$$

$$T_{k,k+1} = \sum_{j=k+1}^{N} m\omega^2 jL = \left[\frac{1}{2}N(N+1) - \frac{1}{2}k(k+1)\right]m\omega^2 L$$

Dari kedua persamaan di atas, didapatkan tegangan tali antara partikel ke$-k$ dan ke-$(k+1)$ adalah sebagai berikut.

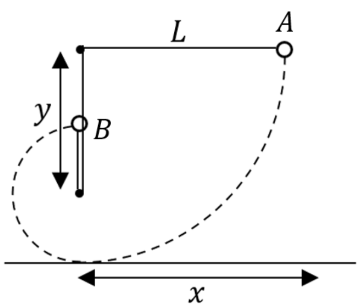
$$T_{k,k+1} = \left[1 - \frac{k(k+1)}{N(N+1)}\right]T$$

11. Sebuah bandul sederhana dengan panjang L dilepas dari keadaan diam pada posisi horizontal. Poros bandul berada pada ketinggian L. Sebuah paku ditancapkan pada jarak y di bawah poros sehingga bandul akan membentuk lintasan seperti pada gambar. Kemudian, saat bandul mencapai posisi tertingginya, tali dipotong sehingga bandul akan jatuh dengan kecepatan tertentu pada arah horizontal. Jarak x maksimum yang dapat dicapai jika posisi paku bebas diatur pada $0{,}6L < y < L$ adalah….



A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}\,L$
B. L
C. $\frac{4}{5}\sqrt{5}\,L$
D. $2\sqrt{2}\,L$
E. $\frac{4}{5}\sqrt{30}\,L$

Jawaban: B
Solusi:



Ketika tali menyentuh paku, bandul akan memiliki lintasan melingkar yang baru, dengan jari-jari $R = L - y$. Untuk saat ini, kita anggap bandul pasti akan mencapai posisi tertingginya. Persamaan hukum kekekalan energi mekanik di titik A dan B adalah sebagai berikut.

$$mgL = mg(2R) + \frac{1}{2}mv_B^2$$

Sehingga, kecepatan bandul di titik B adalah $v_B = \sqrt{2g(L-2R)}$ dengan arah sepenuhnya horizontal. Kemudian, tali dipotong sehingga bandul akan bergerak dalam lintasan parabola. Lama waktu bandul berada di udara adalah $t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$. Sehingga persamaan untuk jarak x adalah sebagai berikut.

$$x = v_B t = \sqrt{8R(L-2R)}$$

Persamaan di atas akan menghasilkan x maksimum ketika $\frac{dx}{dR} = 0$. Sehingga kita akan mendapatkan $R = \frac{1}{4}L$ dan $x_{maks} = L$. Dengan sedikit pengecekan, didapatkan bahwa $R = \frac{1}{4}L$ memenuhi batas $0{,}6L < y < L$.

Sekarang, kita akan mengecek apakah dengan $R = \frac{1}{4}L$ bandul dapat mencapai posisi tertingginya. Jika benar, tegangan tali saat bandul berada di titik B harus memenuhi $T > 0$.

Persamaan gaya pada bandul di titik B adalah sebagai berikut.

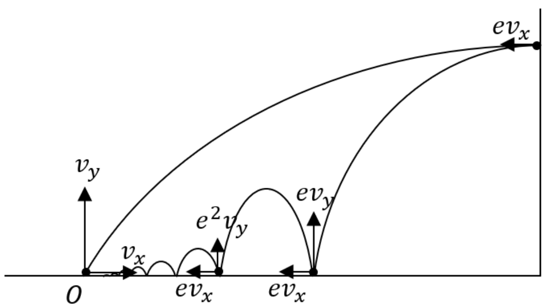
$$T + mg = m\frac{v_B^2}{R}$$

Jika kita memasukkan nilai v_B dan R ke persamaan di atas, didapatkan bahwa $T > 0$, sehingga jawaban kita $x_{maks} = L$ terbukti benar.

12. Sebuah bola dilempar dari tanah, tepatnya di titik O, menuju sebuah dinding vertikal. Saat menumbuk dinding, kecepatan bola dalam arah horizontal. Jika saat kembali ke titik O, bola sudah tidak memiliki kecepatan arah vertikal, koefisien restitusi terbesar yang mungkin dengan mengasumsikan nilainya sama untuk semua tumbukan yang terjadi adalah….

    A. $2 - \sqrt{2}$
    B. $\sqrt{2} - 1$
    C. $2\sqrt{2} - 2$
    D. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
    E. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

    Jawaban: B
    Solusi:



Jarak titik O ke dinding adalah $d = v_x t = \frac{v_x v_y}{g}$. Agar saat kembali ke titik O bola sudah tidak memiliki kecepatan arah vertikal, nilai d harus lebih besar daripada total jarak yang ditempuh bola saat memantul-mantul di tanah sebelum kembali ke titik O. Sehingga kita memiliki pertidaksamaan berikut ini.

$$\frac{v_x v_y}{g} \geq \frac{e v_x v_y}{g} + e v_x\left(\frac{2 e v_y}{g}\right) + e v_x\left(\frac{2e^2 v_y}{g}\right) + \cdots$$
$$1 \geq e + 2e^2(1 + e + e^2 + \cdots)$$

Kemudian, dengan menggunakan rumus deret geometri tak hingga, didapatkan

$$1 \geq e + \frac{2e^2}{1-e}$$

Sehingga kita mendapatkan pertidaksamaan kuadrat berikut ini.

$$e^2 + 2e - 1 \leq 0$$

Solusi dari pertidaksamaan tersebut adalah

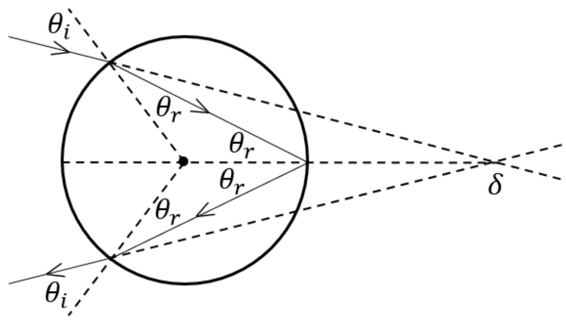
$$-\sqrt{2} - 1 \leq e \leq \sqrt{2} - 1$$

Sehingga, koefisien restitusi terbesar yang mungkin adalah $e = \sqrt{2} - 1$.

13. Tinjau kasus pembelokkan sinar oleh sebuah bola dengan indeks bias n. Sebuah sinar datang dengan sudut θ_i terhadap garis normal permukaan bola akan dibiaskan, lalu dipantulkan sekali, dan dibiaskan keluar dari bola. Sudut θ_i yang memberikan defleksi minimum pada sinar tersebut memenuhi persamaan….

A. $3\cos^2\theta_i = n^2 - 1$
B. $\cos^2\theta_i = n^2 - 1$
C. $\sin^2\theta_i = 3 - n^2$
D. $\sin^2\theta_i = 3n^2 - 1$
E. $3\sin^2\theta_i = 3 - n^2$

Jawaban: A
Solusi:



Dari gambar, dengan mudah kita akan mendapatkan sudut defleksi $\delta = 180° + 2\theta_i - 4\theta_r$.
Saat sudut defleksi bernilai maksimum,

$$\frac{d\delta}{d\theta_i} = 0 = 2 - 4\frac{d\theta_r}{d\theta_i}$$

Untuk mencari θ_r dalam θ_i, kita gunakan hukum snellius.

$$\theta_r = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_i}{n}\right)$$

Kemudian kita turunkan terhadap θ_i, menjadi

$$\frac{d\theta_r}{d\theta_i} = \frac{\cos\theta_i}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}}$$

Setelah melakukan penyederhanaan dan substitusi $\frac{d\theta_r}{d\theta_i} = \frac{1}{2}$, akan didapatkan persamaan

$$3\cos^2\theta_i = n^2 - 1$$

14. Dalam suatu percobaan celah ganda, intensitas cahaya pada suatu titik dengan beda lintasan optik λ adalah I. Jika intensitas cahaya pada suatu titik lain adalah $\frac{3}{4}I$, maka beda lintasan optik yang mungkin adalah….
A. $\frac{1}{2}\lambda, \frac{1}{3}\lambda$
B. $\frac{1}{2}\lambda, \frac{2}{3}\lambda$
C. $\frac{1}{3}\lambda, \frac{2}{3}\lambda$
D. $\frac{1}{6}\lambda, \frac{2}{3}\lambda$
E. $\frac{1}{6}\lambda, \frac{5}{6}\lambda$

Jawaban: E
Solusi:

Untuk beda lintasan optik Δx, intensitas cahayanya adalah

$$I = I_{maks}\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta x\right)$$

Kita dapat menggunakan perbandingan intensitas cahaya pada kedua titik tersebut.

$$\frac{I}{\frac{3}{4}I} = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\lambda\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta x\right)}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\Delta x\right) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sehingga, beda lintasan optik yang mungkin adalah $\frac{\lambda}{6}$ dan $\frac{5\lambda}{6}$.

15. Empat buah partikel bermassa diletakkan dalam garis sumbu x. Partikel pertama bermassa $2m$ diletakkan pada $x = 0$, partikel kedua bermassa m diletakkan pada $x = a$, partikel ketiga bermassa $3m$ diletakkan pada $x = 2a$, partikel keempat bermassa m diletakkan pada $x = 3a$. Jumlah titik pada $0 < x < 3a$ yang bebas dari pengaruh medan gravitasi adalah….
    A. 0 titik
    B. 1 titik
    C. 2 titik
    D. 3 titik
    E. Lebih dari 3 titik

    Jawaban: D
    Solusi:

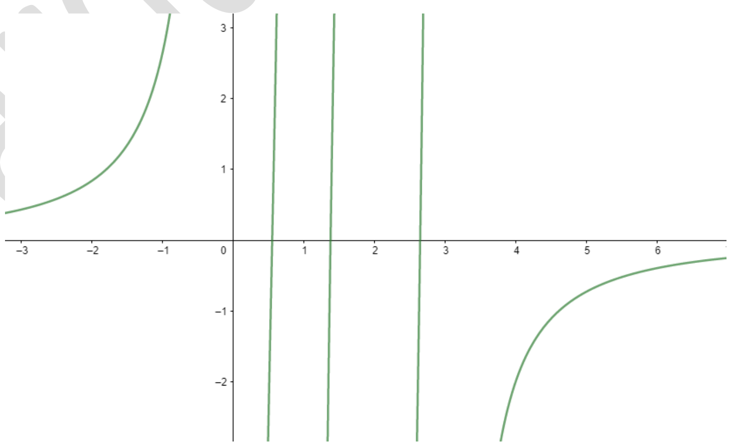
    Persamaan medan gravitasi akibat keempat partikel sebagai fungsi dari x adalah sebagai berikut.

$$E_{(x)} = -\frac{2Gmx}{|x|^3} - \frac{Gm(x-a)}{|x-a|^3} - \frac{3Gm(x-2a)}{|x-2a|^3} - \frac{Gm(x-3a)}{|x-3a|^3}$$

    Nilai-nilai x yang mungkin untuk $E_{(x)} = 0$ada tiga, masing-masing berada pada suatu titik pada rentang $0 < x_1 < a, a < x_2 < 2a$, dan $2a < x_3 < 3a$.

    Untuk menguji kebenarannya, jika dibuat sketsa grafiknya, akan menjadi seperti berikut ini.

$$y = -\frac{2x}{|x|^3} - \frac{(x-1)}{|x-1|^3} - \frac{3(x-2)}{|x-2|^3} - \frac{(x-3)}{|x-3|^3}$$



    Dapat terlihat dengan jelas, bahwa untuk $0 < x < 3$, terdapat 3 titik di mana grafik tersebut memotong sumbu x.

16. Sebuah satelit alami dan sebuah satelit geostasioner mengorbit planet X. Jari-jari orbit satelit geostasioner adalah R. Sedangkan orbit satelit alami berbentuk elips dengan jarak terdekat R dan jarak terjauh $4R$. Pertidaksamaan di bawah ini yang benar mengenai kecepatan satelit geostasioner (v_0), kecepatan satelit alami pada jarak terdekat (v_1), dan kecepatan satelit alami pada jarak terjauh (v_2) adalah….
   A. ${v_2}^2 < 3{v_1}^2 < {v_0}^2$
   B. $3{v_2}^2 < {v_1}^2 < {v_0}^2$
   C. $3{v_2}^2 < {v_1}^2 < 2{v_0}^2$
   D. $5{v_2}^2 < 2{v_1}^2 < 3{v_0}^2$
   E. $6{v_2}^2 < {v_1}^2 < {v_0}^2$

   Jawaban: C
   Solusi:

   Satelit geostasioner memiliki orbit lingkaran, sehingga kecepatannya adalah ${v_0}^2 = \frac{GM}{R^2}$.

   Untuk satelit alami yang memiliki orbit elips, kita dapat menggunakan hukum kekekalan energi dan hukum kekekalan momentum sudut pada jarak terdekat dan jarak terjauh.

   Persamaan hukum kekekalan energi adalah sebagai berikut.

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}m{v_1}^2 = -\frac{GMm}{4R} + \frac{1}{2}m{v_2}^2$$

   Persamaan hukum kekekalan momentum sudut adalah sebagai berikut.

$$mv_1R = mv_2(4R)$$

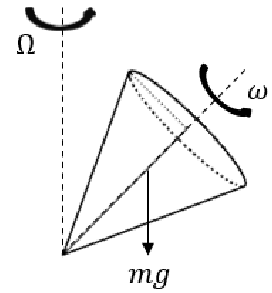
   Dari kedua persamaan tersebut, akan didapat ${v_1}^2 = \frac{8GM}{5R}$ dan ${v_2}^2 = \frac{GM}{10R}$.

   Sehingga, pertidaksamaan yang memenuhi nilai v_2, v_1, dan v_0 adalah $3{v_2}^2 < {v_1}^2 < 2{v_0}^2$.

17. Untuk menentukan daya radiasi per satuan luas (q) dari suatu benda hitam dengan suhu T, dapat digunakan suatu perumusan $q = \sigma T4$, dimana σ adalah konstanta Stefan-Boltzmann. Ternyata, besaran σ dapat dihubungkan dengan besaran lain, yaitu konstanta Boltzmann (k_B), konstanta planck (h), dan kecepatan cahaya (c). Diketahui besar $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23} J/K$, $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ J.s$, dan $c = 3 \times 10^8\ m/s$. Hubungan tersebut dapat dinyatakan sebagai $\sigma = a.(k_B)^x\ (h)^y\ (c)^z$, dimana a, x, y, dan z adalah suatu konstanta numerik tanpa dimensi. Tentukan nilai $x + y + z$!
   A. -2
   B. -1
   C. 0
   D. 1
   E. 2

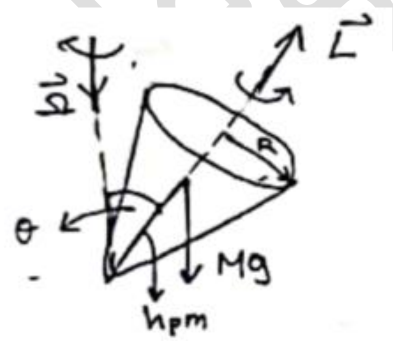
   Jawaban: B
   Solusi:
   $q = \sigma T^4$
   $\sigma = [M][T]^{-3}[\theta]^{-4}$
   $q = [M][T]^{-3}$
   $T^4 = [\theta]^4$
   Dimensi $[\theta] \rightarrow\ x = 4$
   Dimensi $[M] \rightarrow x + y = 1$
   Dimensi $[L] \rightarrow 0 = 2x + 2y + z$
   $x + y + z = -1$

18. Sebuah gasing berbentuk kerucut terbalik dengan massa M, jari-jari R, dan tinggi H, diputar terhadap sumbu utamanya dengan kecepatan sudut konstan ω. Selain itu, gasing juga berotasi terhadap sumbu vertikal dengan kecepatan sudut konstan Ω. Hitung besar kecepatan sudut rotasi gasing terhadap sumbu vertikal Ω! Petunjuk: Torsi yang ada dapat menyebabkan perubahan vektor momentum sudut sehingga $\boldsymbol{\tau} = \frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}$ **x L**



A. $\frac{gH}{\omega R^2}$
B. $\frac{3gH}{2\omega R^2}$
C. $\frac{5gH}{2\omega R^2}$
D. $\frac{g}{\omega R}$
E. $\frac{3g}{2\omega R}$

Jawaban: C
Solusi:



$\vec{L} = I\vec{\omega}$

$dI = \frac{1}{2}dm.r^2$ dengan $dm = \rho\pi r^2 dh$

Dengan mengintegralkan kedua sisi didapatkan

$$I = \frac{M}{\frac{1}{3}\pi R^2 H} \cdot \frac{\pi H}{2R}\frac{1}{5}R^5$$

Mengingat $I = \frac{3}{10}MR^2$ dan $L = \frac{3}{10}MR^2\omega$

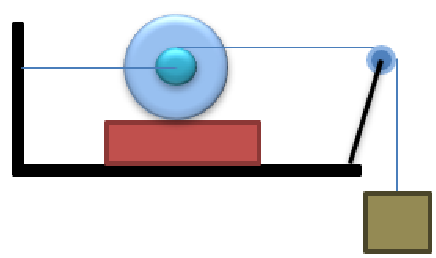
$$h_{pm} = \frac{\int h\,.dm}{M} = \frac{\int_o^H h\ \rho\pi\frac{R^2}{H^2}h^2 dh}{M} = \frac{3}{4}H$$

$$\vec{\tau}_{mg} = \vec{L} \times \vec{\Omega}$$

$$Mg.h_{pm}.\sin\theta = \frac{3}{10}MR^2\omega.\Omega\sin\theta$$

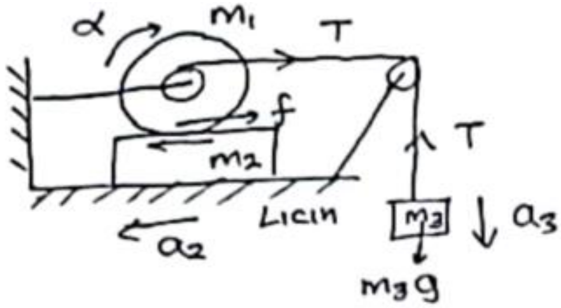
$$\Omega = \frac{5gH}{2\omega R^2}$$

19. Sebuah yoyo bermassa m_1 dengan jari-jari dalam r, jari-jari luar R serta momen inersia $\beta m_1 R^2$ diletakkan di atas balok bermassa m_2 yang permukaan atasnya sangat kasar (permukaan bawah licin). Balok m_2 diletakkan di atas lantai licin. Kemudian, pusat yoyo diikatkan ke tembok menggunakan suatu tali yang tidak elastis, dan terdapat tali lain yang digulungkan di jari-jari dalam dan tersambung ke balok lain bermassa m_3 (lihat gambar). Anggap yoyo tidak pernah slip dan asumsikan katrol licin dan tidak bermassa. Ada percepatan gravitasi (g) ke arah vertikal bawah. Tentukan percepatan sudut yoyo!



A. $\frac{m_3 g}{(m_1+m_2+m_3)R}$
B. $\frac{m_3 g}{(m_1(1+\beta)+m_2)R+m_3 r}$
C. $\frac{m_3 g}{(\beta m_1+m_2)R+m_3 r}$
D. $\frac{m_3 gr}{(m_1(1+\beta)+m_2)R^2+m_3 r^2}$
E. $\frac{m_3 gr}{(\beta m_1+m_2)R^2+m_3 r^2}$

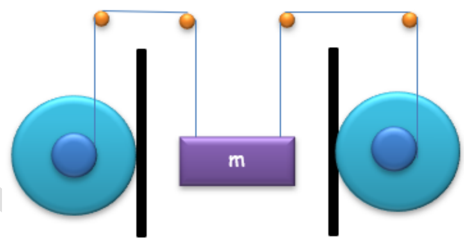
Jawaban: E
Solusi:



Karena gaya tidak slip
$a_3 = \alpha r$
$a_2 = \alpha R$
$\sum \tau_1 = \beta\, m_1 R^2 \alpha$
$T - r - f.R = \beta m_1 R^2 \alpha$.....(1)
$\sum F_2 = m_2.a_2$
$f = m_2.\alpha.R$.....(2)
$\sum F_3 = m_3.a_3$
$T = m_3 g - m_3 \alpha r$.....(3)
Persamaan (3) dan (2) disubstitusi ke persamaan (1) sehingga

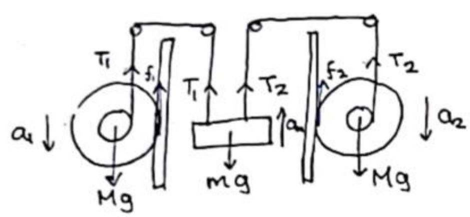
$$\alpha = \frac{m_3.g.r}{(\beta m_1 + m_2)\, R^2 + m_3 r^2}$$

20. Sebuah sistem katrol-massa terdiri dari sebuah balok bermassa m ($m = M$), dan dua yoyo bermassa M dengan jari-jari dalam r ($r = \frac{R}{2}$) dan jari-jari luar luar R serta momen inersia $\beta M R^2$, disusun dalam sebuah sistem seperti gambar berikut. Anggap tidak terjadi slip antara yoyo dan dinding vertikal, serta terdapat percepatan gravitasi (g) ke arah bawah. Asumsikan tali tidak elastis dan katrol licin dan tidak bermassa. Tentukan percepatan balok m!



A. $\frac{6g}{49+40\beta}$
B. $\frac{9g}{49+40\beta}$
C. $\frac{12g}{49+40\beta}$
D. $\frac{15g}{49+40\beta}$
E. $\frac{18g}{49+40\beta}$

Jawaban: D
Solusi:



Hubungan percepatan $a_1 - \alpha_1 r = a_m = a_2 + \alpha_2.r$
$\sum F_1 = Ma_1$
$Mg - T_1 - f_1 = Ma_1$ .....(1)
$\sum \tau_1 = \beta M R_2 \alpha_1$
$T_1.\frac{r}{R} + f_1 = \beta M a_1$.....(2)
Persamaan (1) disubstitusi ke persamaan (2) sehingga
$T_1 = \frac{Mg-(1+\beta)M.\frac{a_m}{1-\frac{r}{R}}}{1-\frac{r}{R}}$ .....(3)
$\sum F_2 = Ma_2$
$Mg - T_2 - f_2 = Ma_2$ .....(4)
$\sum \tau_2 = \beta M R^2 \alpha^2$

$-T_2.r + f_2.R = \beta MR^2 \frac{a_2}{R}$

$-T_2 \frac{r}{R} + f_1 = \beta M a_2$ ......(5)

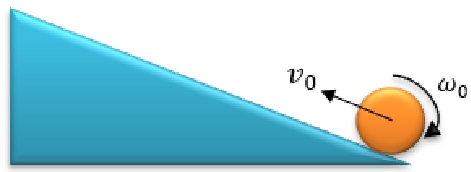
Persamaan (4) disubstitusi ke persamaan (5) sehingga

$T_2 = Mg - (1+\beta)M \frac{a_m}{1+\frac{r}{R}}$

$\sum F_m = m.a_m \rightarrow T_1 + T_2 = m.a_m$

$a_m = \frac{15}{49+40\beta} g$

21. Sebuah roda (dengan massa M dan jari-jari R, dengan momen inersia βMR^2) sedang mengalami "backspin" berada di sebuah bidang dengan sudut kemiringan θ terhadap horizontal dan koefisien gesek μ. Roda ini memiliki kecepatan awal v_0 menaiki bidang dan kecepatan sudut awal ω_0. Tentukan waktu yang ditempuh hingga roda menjadi tidak slip terhadap bidang miring!



A. $\frac{v_0-\omega_0 R}{g(\sin\theta-\mu(1+\beta)\cos\theta)}$
B. $\frac{v_0-\omega_0 R}{g(\sin\theta+\mu(1-\beta)\cos\theta)}$
C. $\frac{v_0-\omega_0 R}{g(\sin\theta+\mu(1-\frac{1}{\beta})\cos\theta)}$
D. $\frac{v_0+\omega_0 R}{g(\sin\theta+\mu(1+\beta)\cos\theta)}$
E. $\frac{v_0+\omega_0 R}{g(\sin\theta+\mu(1+\frac{1}{\beta})\cos\theta)}$

Jawaban: E

Solusi:

$\sum \tau = \beta m R^2 \alpha$

Sehingga $\alpha = \frac{g\mu\cos\theta}{R}$

$\omega(t) = -\omega_0 + \frac{g\mu\cos\theta}{\beta R}$

$f = mg\mu\cos\theta$

$\sum F = m.a_m$

Sehingga $a_m = -g\sin\theta - g\mu\cos\theta$

$v(t) = v_0 - gt\,(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

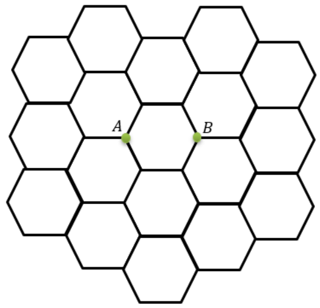
Saat roda tidak slip

$v = \omega R$

$v_0 - gt(\sin\theta + \mu\cos\theta) = -\omega_0 R + \frac{g\mu\cos\theta}{\beta} t$

$t = \frac{v_0+\omega_0 R}{g\left(\sin\theta + \mu\cos\theta\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)}$

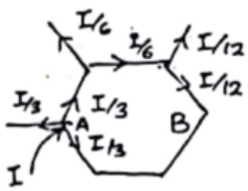
22. Suatu sistem hambatan tersusun dari petak segi enam yang jumlahnya tak hingga dan setiap sisinya memiliki hambatan R.

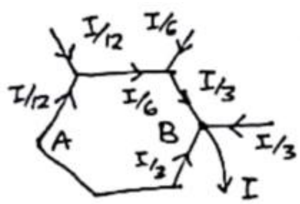


Tentukan hambatan pengganti antara titik A dan B!

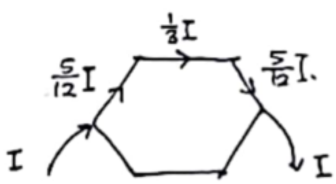
A. $\frac{1}{3}R$
B. $\frac{2}{3}R$
C. $\frac{5}{6}R$
D. $\frac{4}{3}R$
E. $\frac{7}{6}R$

Jawaban: E
Solusi:
"Suntik arus" I di A dan "tarik arus" di B





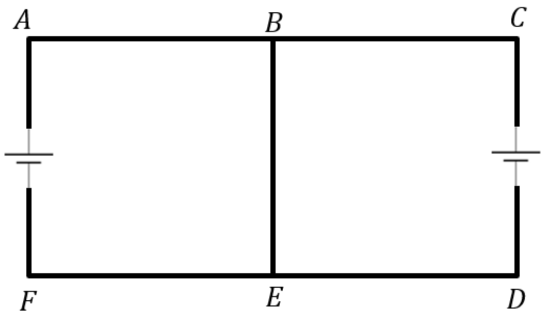
Kemudian disuperposisikan sehingga



$$I.R' = \frac{5}{12}I.R + \frac{1}{3}IR + \frac{5}{12}IR$$

$$R' = \frac{7}{6}R$$

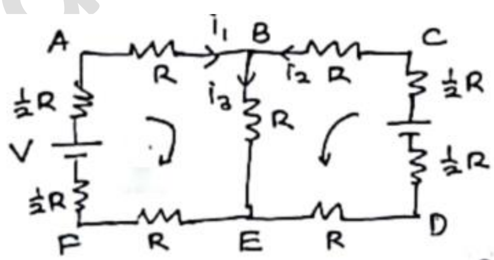
23. Perhatikan gambar berikut.



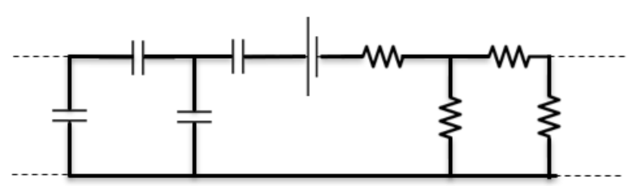
Suatu sistem rangkaian terdiri dari dua baterai (dimana tegangan baterai CD adalah 3 kali lipat tegangan baterai AF dan dapat diasumsikan tidak memiliki hambatan), dan segmen kawat dengan hambat jenis yang sama di seluruh bagian rangkaian. Bentuk rangkaian ini dapat dianggap terdiri dari dua persegi identik (lihat gambar). Anggap panjang baterai dapat diabaikan, dan baterai berada tepat di tengah segmen kawat. Tentukan besar perbandingan $\frac{i_{AF}}{i_{BE}}$!

A. $\frac{1}{12}$
B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{3}$
D. $\frac{1}{2}$
E. 1

Jawaban: A
Solusi:
Loop ABEF
$V + 3i_1.R + i_3.R = 0$…..(1)
Loop BCDE
$-3V + 3i_2.R + i_3R = 0$…..(2)
Subsititusi persamaan (1) dengan persamaan (2) sehingga
$i_3 = \frac{4V}{5R}$
Sehingga $i_1 = \frac{V}{15R}$
$\frac{i_{AF}}{i_{BE}} = \frac{i_1}{i_3} = \frac{1}{12}$ (A)



24. Suatu sistem rangkaian terdiri dari sebuah baterai yang tersambung ke suatu susunan rangkaian resistor dan kapasitor tak berhingga (lihat gambar). Jika tegangan baterai adalah V, kapasitansi masing-masing kapasitor adalah C, dan hambatan setiap resistor adalah R, hitung besar arus yang melewati baterai sebagai fungsi waktu t! Asumsikan kapasitor dalam keadaan kosong pada kondisi awal.



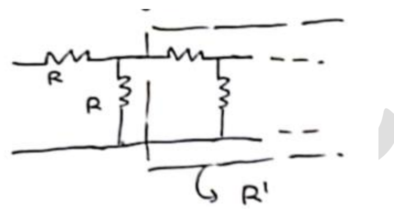
A. $\frac{2V}{(1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{t}{CR}}$
B. $\frac{2V}{(-1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{2t}{(\sqrt{5}-1)CR}}$

C. $\frac{2V}{(1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{2t}{(\sqrt{5}+1)CR}}$

D. $\frac{2V}{(-1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{4t}{(\sqrt{5}-1)^2CR}}$

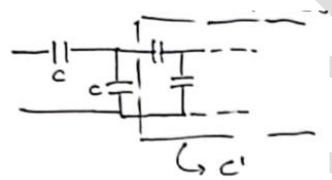
E. $\frac{2V}{(1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{4t}{(\sqrt{5}+1)^2CR}}$

Jawaban: A
Solusi:
Untuk rangkaian resistor tak hingga → anggap hambatan pengganti adalah R'



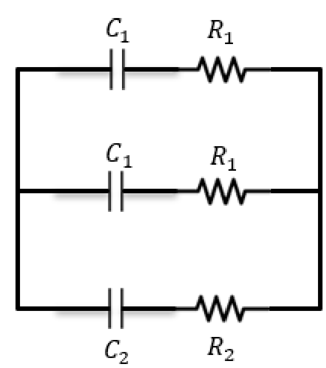
$$R + \frac{R'.R}{R'+R} = R'$$
$$R' = \frac{1+\sqrt{5}}{2}R$$

Anggap kapasitansi pengganti adalah C'
$$\frac{1}{C'+C} + \frac{1}{C} = \frac{1}{C'}$$
Sehingga $C' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}C$



$$-V + iR' + \frac{Q}{C'} = 0$$
$$\frac{di}{dt}R' + \frac{1}{C'} = 0$$
Kedua ruas diintegralkan sehingga $i = i_0 e^{-t/dR'}$
$t = 0$, $Q = 0$ maka $i_0 = \frac{V}{R'}$
Maka $i = \frac{2V}{(1+\sqrt{5})R}e^{-\frac{t}{CR}}$

25. Perhatikan gambar berikut.
Sebuah kapasitor dengan kapasitansi C_2 diisi sehingga memiliki muatan awal Q_0. Kemudian, kapasitor ini dihubungkan dengan satu hambatan R_2, dua hambatan R_1, dan dua kapasitor C_1 (kosong pada kondisi awal) dengan susunan seperti pada gambar berikut. Tentukan muatan pada kapasitor C_2 sebagai fungsi waktu!



A. $Q_0\frac{C_2}{C_1+C_2}(1+\frac{C_1}{C_2}e^{-\frac{C_1+C_2}{(R_1+R_2)C_1C_2}t})$

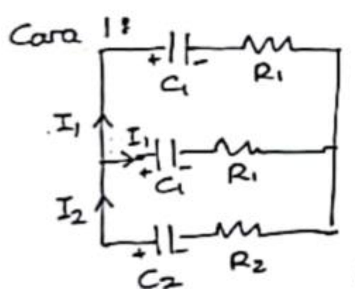
B. $Q_0\frac{C_1}{C_1+2C_2}(1+\frac{2C_2}{C_1}e^{-\frac{C_1+2C_2}{(R_1+2R_2)C_1C_2}t})$

C. $Q_0\frac{C_2}{2C_1+C_2}(1+\frac{2C_1}{C_2}e^{-\frac{2C_1+C_2}{(R_1+2R_2)C_1C_2}t})$

D. $Q_0\frac{C_1}{C_1+2C_2}(1+\frac{2C_2}{C_1}e^{-\frac{C_1+2C_2}{(2R_1+R_2)C_1C_2}t})$

E. $Q_0\frac{C_2}{2C_1+C_2}\left(1+\frac{2C_1}{C_2}e^{-\frac{2C_1+C_2}{(2R_1+R_2)C_1C_2}t}\right)$

Jawaban: C
Solusi:
Perhatikan rangkaian di atas:
Berdasarkan gambar tersebut maka



$i_2 = 2i_1$
$$-\frac{dQ_2}{dt} = 2\frac{dQ_1}{dt} \qquad (1)$$
Integral dari persamaan (1) maka diperoleh

$Q_1 = \frac{Q_0 - Q_2}{2}$ (2)

Berdasarkan hukum Kirchoff maka pada loop rangkaian diperoleh:

$\frac{Q_1}{C_1} + I_1 R_1 - \frac{Q_2}{C_2} + I_2 R_2 = 0$ (3)

Berdasarkan persamaan (1) dan (2) maka diperoleh:

$$Q_2 = \frac{C_2}{2C_1 + C_2} Q_0 \left(1 + \frac{2C_1}{C_2} e^{-\frac{2C_1 + C_2}{(R_1 + 2R_2)C_1 C_2} t}\right)$$